PIŁKARSKA GIEŁDA

STEPHEN KIMBROUGH · MARCO NICOLINI · DAMJAN ŠTRUS

arkusz kalkulacyjny, statystyki strzałów, średnie, wykresy, częstotliwości względne, zbieżność, prawdopodobieństwo, notowanie

matematyka, statystyka, TIK

15–19 lat

1 | STRESZCZENIE

Niniejszy scenariusz zapewni uczniom możliwość pracy z danymi, wyjaśnienia i zadawania pytań na temat danych dotyczących prawdziwych rozgrywek piłkarskich dostępnych bez ograniczeń w Internecie [1] lub w gazetach.

2 | WPROWADZENIE KONCEPCYJNE

Piłka nożna to najpopularniejszy sport na świecie, pokonujący bariery narodowe, kulturowe, płciowe i socjoekonomiczne. Ze względu na coraz większą grupę entuzjastów tej dyscypliny sportu jego popularność cały czas rośnie, powodując jednocześnie, że piłka nożna stała się jednym z najpotężniejszych biznesów sportowych na całym świecie.

Wartość europejskiego rynku piłkarskiego szacowana jest na 19,4 mld EUR [2]. Wielu ludzi na całym świecie utrzymuje się z tego sportu, np. zawodnicy, trenerzy, sędziowie, firmy marketingowe, media i oczywiście bukmacherzy. Zakłady piłkarskie to branża obracająca kwotami od 606 mld do 870 mld EUR rocznie. Praca bukmacherów wiąże się z przewidywaniem, czy dana drużyna wygra, czy przegra i obliczaniem na tej podstawie prawdopodobnego wyniku. Skuteczny bukmacher nie tylko potrzebuje szczęścia, ale również umiejętności matematycznych, aby przeprowadzać skomplikowane analizy zestawów danych, uwzględniając wiele kombinacji czynników i skomplikowanych zmiennych.

3 | ZADANIE UCZNIÓW

Najważniejszą umiejętnością, jaką uczniowie muszą najpierw opanować, jest zapoznanie się z projektowaniem i budowanie bazy danych przy pomocy arkusza kalkulacyjnego. Typ danych futbolowych dostępnych online uwzględnia całą gamę różnych zmiennych, między innymi terminy meczów, wyniki meczów rozgrywanych na swoim boisku i na wyjeździe, wyniki po całym meczu, jak i po pierwszej połowie, liczbę strzałów, rzutów rożnych, fauli, spalonych, przyznanych żółtych i czerwonych kartek i oczywiście szansy wygrania. Uczniowie mogą pozyskać komplet danych z takich źródeł i zaimportować go do swojego arkusza.

3 | 1 Wprowadzanie danych

Najpierw należy poprosić uczniów, aby przygotowali arkusz kalkulacyjny z wynikami meczów. Przykładowy arkusz zaprezentowano na **RYS. 1**. Arkusz ten oparty jest na niemieckiej pierwszej lidze krajowej (Bundesliga 1) w sezonie 2014/2015.

Nazwy wszystkich zespołów znajdują się w lewej kolumnie (zespół gospodarzy) i w górnym wierszu (zespół gości) w kolejności alfabetycznej.

Wyniki każdego meczu są wprowadzone w dwóch odpowiednich komórkach: lewa komórka podaje liczbę bramek zdobytych przez zespół gospodarzy, a prawa komórka liczbę bramek zdobytych przez zespół gości. Na przykład w meczu pomiędzy Bayernem Monachium rozegranym na ich boisku przeciwko drużynie z Augsburga wynik był 0:1. Kiedy Augsburg grał u siebie przeciwko Bayernowi Monachium, wynik był 0:4.

3 | 2 Obliczenia

Nauczyciel prosi uczniów o wykonanie następujących czynności:

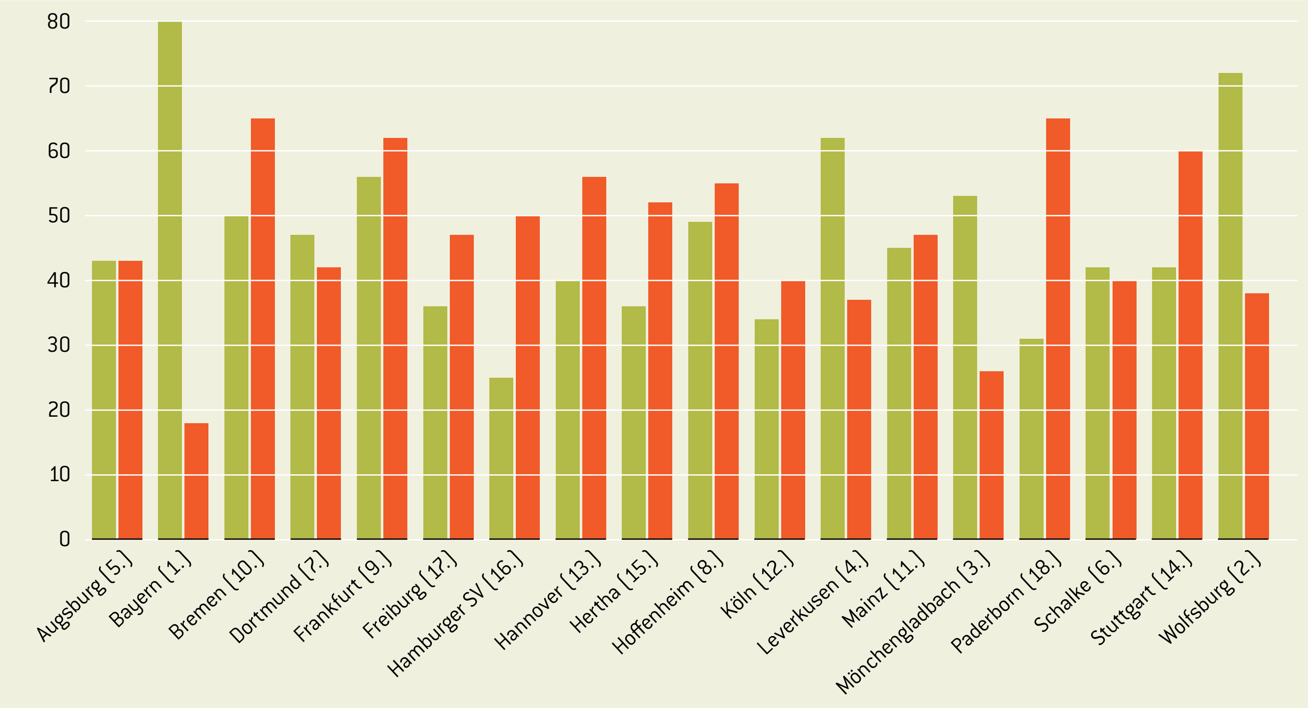
1. Napiszcie formułę do obliczenia liczby meczów rozegranych przez cały sezon w Bundeslidze 1 (wskazówka: 18 zespołów grających przeciwko sobie).

   Rozwiązanie: Każdy zespół ma 17 przeciwników i rozgrywa z każdym dwa mecze: jeden u siebie i jeden na wyjeździe, stąd każdy zespół rozgrywa $2 \cdot 17 = 34$ mecze (Bundesliga 1 ma 34 kolejki). Ponieważ jest 18 zespołów, każda kolejka li-

RYS. 1 Arkusz kalkulacyjny z wynikami meczów; niemiecka Bundesliga 1, sezon 2014/15

	zespół gości / zespół gospodarzy	Augsburg		Bayern		Bremen		Dortmund		Frankfurt		Freiburg		Hamburger SV		Hannover		Hertha		Hoffenheim		Köln		Leverkusen		Mainz		Mönchengladbach		Paderborn		Schalke		Stuttgart		Wolfsburg	
1	Augsburg			0	4	4	2	2	3	2	2	2	0	3	1	1	2	1	0	3	1	0	0	2	2	0	2	2	1	3	0	0	0	2	1	1	0
2	Bayern	0	1			6	0	2	1	3	0	2	0	8	0	4	0	1	0	4	0	4	1	1	0	2	0	0	2	4	0	1	1	2	0	2	1
3	Bremen	3	2	0	4			2	1	1	0	1	1	1	0	3	3	2	0	1	1	0	1	2	1	0	0	0	2	4	0	0	3	2	0	3	5
4	Dortmund	0	1	0	1	3	2			2	0	3	1	0	1	0	1	2	0	1	0	0	0	0	2	4	2	1	0	3	0	3	0	2	2	2	2
5	Frankfurt	0	1	0	4	5	2	2	0			1	0	2	1	2	2	4	4	3	1	3	2	2	1	2	2	0	0	4	0	1	0	4	5	1	1
6	Freiburg	2	0	2	1	0	1	0	3	4	1			0	0	2	2	2	2	1	1	1	0	0	0	2	3	0	0	1	2	2	0	1	4	1	2
7	Hamburger SV	3	2	0	0	2	0	0	0	1	2	1	1			2	1	0	1	1	1	0	2	1	0	2	1	1	1	0	3	2	0	0	1	0	2
8	Hannover	2	0	1	3	1	1	2	3	1	0	2	1	2	0			1	1	1	2	1	0	1	3	1	1	0	3	1	2	2	1	1	1	1	3
9	Hertha	1	0	0	1	2	2	1	0	0	0	0	2	3	0	0	2			0	5	0	0	0	1	1	3	1	2	2	0	2	2	3	2	1	0
10	Hoffenheim	2	0	0	2	1	2	1	1	3	2	3	3	3	0	4	3	2	1			3	4	0	1	2	0	1	4	1	0	2	1	2	1	1	1
11	Köln	1	2	0	2	1	1	2	1	4	2	0	1	0	0	1	1	1	2	3	2			1	1	0	0	0	0	0	0	2	0	0	0	2	2
12	Leverkusen	1	0	2	0	3	3	0	0	1	1	1	0	4	0	4	0	4	2	2	0	5	1			0	0	1	1	2	2	1	0	4	0	4	5
13	Mainz	2	1	1	2	1	2	2	0	3	1	2	2	1	2	0	0	0	2	0	0	2	0	2	3			2	2	5	0	2	0	1	1	1	1
14	Mönchengladb.	1	3	0	0	4	1	3	1	1	3	1	0	1	0	2	0	3	2	3	1	1	0	3	0	1	1			2	0	4	1	1	1	1	0
15	Paderborn	2	1	0	6	2	2	2	2	3	1	1	1	0	3	2	0	3	1	0	0	0	0	0	3	2	2	1	2			1	2	1	2	1	3
16	Schalke	1	0	1	1	1	1	2	1	2	2	0	0	0	0	1	0	2	0	3	1	1	2	0	1	4	1	1	0	1	0			3	2	3	2
17	Stuttgart	0	1	0	2	3	2	2	3	3	1	2	2	2	1	1	0	0	0	0	2	0	2	3	3	2	0	0	1	0	0	0	4			0	4
18	Wolfsburg	1	0	4	1	2	1	2	1	2	2	3	0	2	0	2	2	2	1	3	0	2	1	4	1	3	0	1	0	1	1	1	1	3	1		

RYS. 2 Wykres zdobytych bramek (zielone) i straconych (czerwone) dla każdego zespołu w niemieckiej Bundeslidze 1, sezon 2014/15



czy dziewięć meczów. Dlatego w sumie w sezonie zostaje rozegranych 306 meczów.

2. Obliczcie statystyki dotyczące celnych strzałów (bramki zdobyte i stracone) dla każdej drużyny w całym sezonie.

RYS. 2 przedstawia wszystkie bramki zdobyte przez każdy zespół (słupki zielone) i wszystkie bramki stracone przez dany zespół (słupki czerwone). Uczniowie mogą następnie porównać wyniki z swoich arkuszy kalkulacyjnych z rzeczywistymi danymi z internetowych baz danych, aby sprawdzić swoje obliczenia.

3. Obliczcie średnią liczbę bramek na mecz w całym sezonie.

Rozwiązanie: 2,75

4. Obliczcie średnią liczbę bramek na mecz, które każdy zespół zdobył i stracił. Uczniowie mogą narysować wykres bramek zdobytych i straconych w meczu dla każdej drużyny. Nauczyciel prosi uczniów, aby porównali wykres z pozycją każdego zespołu w tabeli końcowej i daje im czas, aby znaleźli powiązanie pomiędzy kształtem wykresu a rankingiem w tabeli końcowej (na **RYS. 2**).

5. Obliczcie względną częstotliwość $p(n)$ liczby bramek na grę. Uczniowie mogą policzyć mecze, w których każda drużyna zdobyła 0, 1, 2, 3 bramki itd. Uczniowie tworzą arkusz kalkulacyjny dla każdego zespołu i przygotowują wykres z częstotliwościami względnymi zestawionymi z liczbą bramek w meczu dla każdego zespołu. **RYS. 3** pokazuje, że Bayern rozegrał w sumie 34 mecze i zdobył zero bramek w pięciu spotkaniach, jedną bramkę w ośmiu meczach, dwie bramki w dziewięciu meczach itd. Warto zachęcić uczniów, aby użyli formuł dostępnych w Excelu, aby zaprojektować sugerowaną tabelę w **RYS. 3**.

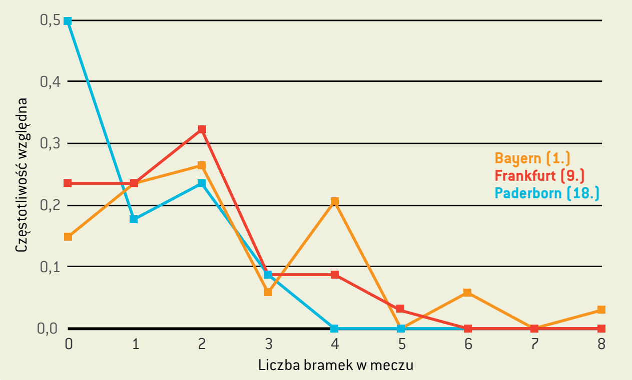
RYS. 3 Względne częstotliwości $p(n)$ dla trzech drużyn

	Częstotliwość względna					
	Bayern (1.)		Frankfurt (9.)		Paderborn (18.)	
n	$N*p(n)$	$p(n)$	$N*p(n)$	$p(n)$	$N*p(n)$	$p(n)$
0	5	0,15	8	0,24	17	0,50
1	8	0,24	8	0,24	6	0,18
2	9	0,26	11	0,32	8	0,24
3	2	0,06	3	0,09	3	0,09
4	7	0,21	3	0,09	0	0,00
5	0	0,00	1	0,03	0	0,00
6	2	0,06	0	0,00	0	0,00
7	0	0,00	0	0,00	0	0,00
8	1	0,03	0	0,00	0	0,00
	34	1	34	1	34	1

Suma drugiej kolumny to liczba meczów w całym sezonie rozegranych przez jeden zespół, suma w trzeciej kolumnie wynosi 1.

6. Należy sprawdzić, jakie informacje (wcześniej obliczone) otrzymają uczniowie, jeśli pomnożą liczbę bramek n przez odpowiednią częstotliwość $p(n)$ w każdym wierszu tabeli. Następnie podsumujcie wszystkie:

RYS. 4 Względne częstotliwości względem liczby bramek w meczu dla trzech drużyn



$$\sum_{n=0}^{\infty} n \cdot p(n).$$

Rozwiązanie: Uczniowie uzyskają średnią liczbę bramek $\overline{n}$ zdobytych przez daną drużynę w sezonie.

7. Użyjcie średniej liczby bramek do obliczenia tak zwanej zbieżności w wyniku gry. Zbieżność to względnie skuteczne odchylenie i według rozkładu Poissona wynosi $\sqrt{\frac{1}{\overline{n}}}$.

Wynik każdego meczu jest dość trudny do przewidzenia, ponieważ wartość zbieżności rośnie. Są to jedynie wstępne szacunki, jednak można by w sumie się uprzeć przy twierdzeniu, że piłka nożna bazuje w zasadzie na zbieżności zdarzeń. Zbieżność w prawdziwych grach często wynosi aż 100%. Jednocześnie zbieżność jest większa, kiedy zespół plasuje się niżej w tabeli.

8. Narysujcie wykres, aby pokazać, jak pozycja każdej drużyny zmienia się w tabeli podczas całego sezonu (dla wszystkich 34 kolejek). Nauczyciel powinien omówić z uczniami kilka prawdopodobnych przyczyn, które powodują zmianę miejsca w tabeli.

3|3 Prawdopodobieństwo

9. Uczniowie już obliczyli średnią liczbę bramek, które każdy zespół zdobył w meczu. Niech r_1 będzie średnią liczbą bramek, które pierwszy zespół zdobył w meczu, a r_2 średnią liczbą bramek, które drugi zespół zdobył w meczu. Zdefiniujemy R jako iloraz: $R = \frac{r_1}{r_2}$.

Prawdopodobieństwo, że pierwsza drużyna zdobędzie następną bramkę jest obliczone przy użyciu $p_1 = \frac{R}{R+1}$, a prawdopodobieństwo, że druga drużyna zdobędzie następną bramkę przy użyciu

$$p_2 = 1 - p_1 = \frac{1}{R+1}.$$

Oczywiście średnie będą się zmieniać wraz z każdą zdobytą bramką. Jednakże nie powinniśmy tego uwzględniać, lecz raczej użyć poprzednich średnich dla całego meczu. Należy poprosić uczniów, aby policzyli prawdopodobieństwo p_1 i p_2 dla każdego zespołu przy użyciu danych uzyskanych w 33 kolejkach, tak aby porównać obliczenia teoretycznie z rzeczywistymi wynikami meczów piłki nożnej w 34. kolejce Bundesligi 1, 2014/15.

10. Jeśli w konkretnym momencie w meczu oba zespoły razem zdobyły n bramek, prawdopodobieństwo, że wszystkie bramki zostały zdobyte przez pierwszą drużynę wynosi p_1^n, a wszystkie bramki zostały zdobyte przez drugą drużynę wynosi p_2^n. Prawdopodobieństwo, że pierwsza drużyna zdobyła k wszystkich bramek n wynosi $\binom{n}{k} p_1^n p_2^{n-k}$.

11. Prawdopodobieństwo, że drużyna, która zdobyła r bramek w meczu, zdobędzie n bramek w czasie t (pomiędzy 0 = początek a 1 = koniec meczu) równa się $p = \frac{(rt)^n}{n!} e^{-rt}$.

Nauczyciel powinien poprosić uczniów, aby narysowali wykres prawdopodobieństwa zdobycia n (0, 1, 2, 3 lub 4) bramek podczas 90 minut meczu dla każdego zespołu. Użyjcie danych uzyskanych w 33 kolejkach, aby porównać obliczenia teoretyczne z rzeczywistymi wynikami meczów piłki nożnej w 34. kolejce Bundesligi 1, 2014/15.

12. Uczniowie mogą również sprawdzić prawdopodobieństwo wyniku $n:m$. W teorii to prawdopodobieństwo przedstawić można w postaci równania

$$p_{n,m} = \frac{(r_1 t)^n (r_2 t)^m}{n!\, m!} e^{-(r_1+r_2)t}.$$

Równanie to zakłada, że liczba bramek dla każdej drużyny jest od siebie niezależna, co oczywiście nie jest prawdą, ale można użyć takiego założenia przy pierwszym przybliżeniu. Uczniowie powinni porównać obliczenia teoretyczne z rzeczywistymi wynikami meczów piłki nożnej w 34. kolejce Bundesligi 1, w sezonie 2014/15 (**RYS. 5**).

RYS. 5 Wyniki meczów piłkarskich 34. kolejki Bundesligi 1 w sezonie 2014/15 [3]

Bayern	Mainz	**2 : 0**
Dortmund	Bremen	**3 : 2**
Frankfurt	Leverkusen	**2 : 1**
Hamburger SV	Schalke	**2 : 0**
Hannover	Freiburg	**2 : 1**
Hoffenheim	Hertha	**2 : 1**
Köln	Wolfsburg	**2 : 2**
Mönchengladbach	**Augsburg**	**1 : 3**
Paderborn	**Stuttgart**	**1 : 2**

4 | WNIOSEK

Ciągłe badanie i analiza zestawów danych może z pewnością pomóc przewidzieć wyniki meczów piłki nożnej. Jednakże aby przewidzieć poprawny wynik konkretnego meczu, należy uwzględnić wiele parametrów (oprócz bramek) – np. kontuzje, kondycję zawodników, stan nawierzchni na boisku, warunki pogodowe itp. Gdyby istniała magiczna formuła umożliwiająca przewidywanie wyników, byłoby znacznie więcej milionerów wśród obstawiających zakłady. Dlatego też praca bukmacherów to raczej sztuka niż nauka.

Jednak celem tych zajęć nie było dyskutowanie o sensowności zakładów bukmacherskich, stąd na tym zakończymy nasze wnioski.

5 | MOŻLIWOŚCI WSPÓŁPRACY

Uczniowie z różnych krajów mogą gromadzić wyniki wszystkich spotkań w ramach pierwszej ligi w ich kraju. Powinni następnie obliczyć statystyki bramek (zdobytych i straconych) dla każdego zespołu w całym sezonie, obliczyć średnią liczbę bramek w meczu w całym sezonie i średnią liczbę bramek w meczu, jakie każdy zespół zdobył i stracił.

Na końcu powinni porównać wyniki swoich obliczeń i przeanalizować swoją krajową ligę. Czy wszystkie zespoły są mniej więcej równie dobre, czy jest kilka silniejszych zespołów, kilka słabszych i wiele przeciętnych? Być może uczniowie nawet odkryją jakąś trzecią, czwartą czy piątą opcję...

ŹRÓDŁA

[1] www.football-data.co.uk/
[2] www.soccerex.com/about/what-soccerex/football-industry (08/11/2015)
[3] www.rezultati.com/nogomet/njemacka/bundesliga-2014-2015/ (12/11/2015)

- ALI JE NOGOMET IGRA NA SREČO, Janez Strnad, Presek, ISSN 0351-6652, rocznik 13 (1985/1986), numer 1, str. 9–15
- Matematika i nogomet (http://pptfilesearch.com/single/79931/nogomet-i-matematika), Franka Miriam Brückler, Osijek, 1.6.2006 (08/03/2016)